

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
  - (ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva  $z_1 = -2\sqrt{3} + 2i$  i  $z_2 = 2 - 2\sqrt{3}i$ . Predočite te brojeve. (3 boda)
  - (iii) Predočite broj  $z$  ako je  $|z| = 3$  i argument  $\varphi = \frac{5\pi}{6}$ . (2 boda)
  - (iv) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. Posebno za brojeve  $z_1, z_2$  iz (ii)! (3 boda)
2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} 3x + 2y + z &= 10 \\ 3x + y + 2z &= 11 \\ x + 2y + 3z &= 14. \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{12} & \frac{1}{3} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{5}{12} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{7}{12} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav.  
(4 boda)

- (iii) Zapišite opću  $2 \times 2$  matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} a & -3 \\ 7 & a - 10 \end{pmatrix}$$

Za koje  $a$  inverz postoji, a za koje ne? (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite.  
(4 boda)
- (ii) Zapišite vezu između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ . (2 boda)
- (iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je  $f(x) = \log_3 x$ . (2 boda)
- (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je  $f(x) = (x+1)^3$  (precizan crtež). (2 boda)
4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$ . (2 boda)
- (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt{3x+1}$ . (2 boda)
- (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = x^2 + 4x$  u točki s prvom koordinatom  $x = -2$  i predočite tu tangentu. (3 boda)
5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete.  
(3 boda)
- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
- (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije. (2 boda)
- (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \ln|x+1|$ . (2 boda)

**MATEMATIKA I****2. DIO**

9. srpnja 2009.

1. (i) Napišite matricu kompozicije simetrije obzirom na  $xy$  ravninu i simetrije obzirom na ishodište (prvo djeluje simetrija obzirom na  $xy$  ravninu). (7 bodova)  
(ii) Nađite točku čija je slika obzirom na transformaciju pod (i) točka  $(0, 1, 0)$ . (3 boda)
2. Zadani su vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ .
  - (i) Izračunajte  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ . (3 boda)
  - (ii) Izračunajte površinu paralelograma razapetog vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ . (3 boda)
  - (iii) Izračunajte volumen paralelepiped-a razapetog vektorima  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . Jesu li ti vektori kom-planarni? (4 boda)
3. Zadana je funkcija  $f(x) = -\frac{5}{2} \ln(1 + x^2) + 5 \arctan x + x$ .
  - (i) Nađite tangentu na graf te funkcije u točki s apscisom  $x = 0$ . (5 bodova)
  - (ii) Nađite lokalne esktreme te funkcije. (5 bodova)
4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije, (2 boda)
  - (ii) njene nultočke, (2 boda)
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)
  - (iv) lokalne ekstreme, (3 boda)
  - (v) područja pada i rasta, (3 boda)
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)

**MATEMATIKA I****2. DIO**

9. srpnja 2009.

1. (i) Napišite matricu kompozicije simetrije obzirom na  $xy$  ravninu i simetrije obzirom na ishodište (prvo djeluje simetrija obzirom na  $xy$  ravninu). (7 bodova)  
(ii) Nađite točku čija je slika obzirom na transformaciju pod (i) točka  $(0, 1, 0)$ . (3 boda)
2. Zadani su vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ .
  - (i) Izračunajte  $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ . (3 boda)
  - (ii) Izračunajte površinu paralelograma razapetog vektorima  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ . (3 boda)
  - (iii) Izračunajte volumen paralelepiped-a razapetog vektorima  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . Jesu li ti vektori kom-planarni? (4 boda)
3. Zadana je funkcija  $f(x) = -\frac{5}{2} \ln(1 + x^2) + 5 \arctan x + x$ .
  - (i) Nađite tangentu na graf te funkcije u točki s apscisom  $x = 0$ . (5 bodova)
  - (ii) Nađite lokalne esktreme te funkcije. (5 bodova)
4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije, (2 boda)
  - (ii) njene nultočke, (2 boda)
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)
  - (iv) lokalne ekstreme, (3 boda)
  - (v) područja pada i rasta, (3 boda)
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)